

Krajská hvězdárň - Prešov

NEWTONOV GRAVITAČNÝ ZÁKON, GRAVITAČNÉ POLE A KEPLERO-
VE ZÁKONY

Krajská hvězdárň v Prešove vydáva tento metodický materiál pre vedúcich astronomických krúžkov Východoslovenského kraja a záujemcov o astronómiu s cieľom podať v krátkosti a jednoducho informácie o uvedenej téme.

NEWTONOV GRAVITAČNÝ ZÁKON

Jednou z najdôležitejších síl, vystupujúcich v problémoch každodenného života, je gravitačná sila. Sila vôdeprítočná, vyvolávajúca, či skôr zapríčiňujúca príjemné i nepríjemné zážitky človeka, sila, ktorá pomáha a súčasne brzdí, sila, ktorá aj v súčasnosti vnáša nové a nové problémy do sveta vedy a výskumu.

Dlhé stáročia, hoci bola prirodzenosťou pre človeka, nebola jej podstata ani prejavy popísané a formulované. Prvé konštatovanie, či skôr dohady, vyplývajúce z pozorovaní v jednoduchých experimentoch viedli pozorovateľov k úplne chybným uzáverom. Mnoho storočí vydržala stredoveká veda s Aristotelovou dogmou, ktorá tvrdila, že telesá padajú tým rýchlejšie, čím majú väčšiu hmotnosť. Potvrďovala to každodenná skúsenosť; je všeobecne známe, že páperie padá pomalšie ako kameň.

Existuje však veľmi názorný pokus s tzv. Newtonovou trubicou, ktorá umožňuje pozorovať tak dôležitý fakt, ako je odpor vzduchu pri voľnom páde telies. Tento pokus je iste každému dobre známy, a tak sa jeho popisom nebudeme dlho zdržiavať. Podľa tohto pokusu je zrejmé, že ak necháme padať súčasne dve telesá rôzneho zloženia vo vzduchoprázdne, majú rovnaké zrýchlenie, a teda potrebujú na svoj pád rovnaký čas.

Už pred dvetisíc rokmi Lucretius Carus vo svojej významnej podobe " O podstate vecí " písal :

... všetko to, čo padá vo vzduchu riedkom,
padať rýchlejšie má podľa svojej tiaže.
Len preto, že vody, či vzduchu jemná podstata
veciam rovnaká stavať prekážky nemôže,
ustupuje rýchlejšie tým, čo majú väčšiu tiaž.
A naopak, nikdy, nikde a nijakú nie je schopná
vec zadržať prázdnota a byť jej čo akou oporou,
keď ako následok podstaty svojej stále všetkému ustupuje.
Preto všetko musí, vznášajúc sa v prázdnote bez
prekážok rovnakú rýchlosť mať, nehl'adiac na rozdiel
tiaží.

Tieto významné slová boli výbornou intuíciou. Aby sa však intuícia stala presne stanoveným zákonom, bolo treba veľa experimentov. Začnúc významnými pokusmi Galileja, ktorý študoval voľný pád zo šikmej veže v Pise, pomocou rovnako veľkých gúl' zhotovených z rôznych materiálov a končiac najzložitejšími súčasnými meraniami vplyvu gravitá-

cie na elektromagnetické žiarenie. Všetky tieto rôzne experimentálne výsledky nás čím ďalej, tým viac ubezpečujú, že gravitačné pôsobenie Zeme vyvoláva u všetkých telies rovnaké zrýchlenie. Konkrétne pri voľnom páde je zrýchlenie pre všetky telesá rovnaké a nezávisí od ich zloženia, stavby ani od ich hmotnosti, ak pravda neuvažujeme pôsobenie iných síl; napríklad odpor prostredia.

Ak v dnešnej dobe vyslovíme slovo gravitácia, iste nás napadne pojem gravitačný zákon a v mysli sa nám vynorí obraz Isaaca Newtona /1643 - 1727 /. Nielen Newtonových súčasníkov, ale aj mnohé pokolenia vedcov až dodnes udivoval a neprestáva udivovať účelný obraz sveta, ktorý sa vytvoril na základe Newtonových prác. Newtonovi sa podarilo oslobodiť pojem sily od " snáh ", " želaní " a podobných vlastností typických pre živú hmotu. Galileova a Newtonova klasická mechanika bola kolískou vedeckého chápania slova " sila ".

História objavu Newtonovho zákona príťažlivosti je všeobecne známa. Preto asi nemá význam rozprávať o tom, že prvá predstava o podstate síl, ktoré nútia padať kameň, vznikla ešte u Newtona-študenta /1666/. V prvopočiatoch sa zamerával hlavne na popis zákonitosti zemskej gravitácie. Formuluje matematickú formu gravitačného zákona, ktorá je na pohľad veľmi jednoduchá, avšak svojimi dôsledkami vplýva na vývoj celej ďalšej vedy.

Na základe množstva pokusov a pozorovaní formuluje Newton zákon, ktorý znie :

" Gravitačná sila dvoch telies je priamo úmerná súčinu ich hmotností a nepriamo úmerná štvorcu ich vzájomnej vzdialenosti ".

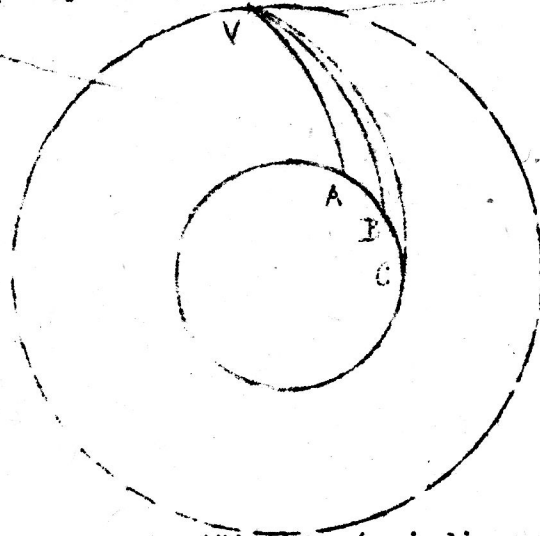
Newton ďalej dospel k poznaniu, že gravitačná sila, ktorá nútí telesá padať k Zemi, je len zvláštnym prípadom obcej príťažlivosti medzi hociktorými dvoma telesami.

Keď Newton stanovil vlastnosti zemskej tiaže, prešiel k definícii gravitácie v kozme. V " Matematických začiatkoch prírodnej filozofie " nachádzame jeho úvahu, ktorá pri svojej jednoduchosti umožňuje pochopiť hlbokú súvislosť medzi " zemskou " a " vesmírnou " mechanikou.

Newton uvažuje : Hodený kameň sa pod vplyvom zemskej príťažlivosti vychýli z priamočiarej dráhy a po zakrivenej dráhe dopadne späť na Zem. Ak ho hodíme väčšou silou, dopadne ďalej. Newton pokračoval v týchto úvahách a dospel k záveru, že ak by neexistoval odpor vzduchu, bola by dráha kameňa po dosiahnutí dostatočnej rýchlosti taká, že by nikdy nedopadol na Zem a začal by sa pohybovať okolo nej.

" Podobne opisujú svoje dráhy planéty vo vesmíre " hovorí Newton.

Obr. 1



Myšlienku o jednote príčin, ktoré riadia pohyb planét a rovnako voľný pád pozemských telies, vyslovili vedci ešte pred Newtonom. Podľa všetkého, prvý kto jasne formuloval túto myšlienku bol grécky filozof Anaxagoras, ktorý pochádzal z Malej Ázie a žil v Aténach pred 2000 rokmi. Anaxagoras povedal, že ak by sa Mesiac nepohyboval, dopadol by na Zem rovnako ako kameň vystrelený z praku. Anaxagorova intuícia však nemala nijaký praktický vplyv na rozvoj vedy. Bola odsúdená na nepochopenie súčasníkmi a zabudnutie potomkami.

Oveľa bližšie k objavu zákona príťažlivosti mal Robert Hooke. Vo svojej práci roku 1674 " Pokus o objasnenie pohybu Zeme " hovorí: Vytvorím teóriu, ktorá bude vo všetkých podrobnostiach súhlasiť s pravdami, ktoré boli prijaté v mechanike. Táto teória sa zakladá na troch predpokladoch. Po prvé, všetky vesmírne telesá, bez výnimky, majú tiaž, ktorá smeruje do ich centra. Vďaka nej priťahujú nielen svoje vlastné časti, ale i všetky vesmírne telesá, ktoré sa nachádzajú vo sfére ich pôsobenia. Podľa druhého predpokladu; všetky telesá, ktoré sa pohybujú priamočiarno a rovnomerne, budú sa pohybovať tak dotedy, dokedy ich nevychýli pôsobenie nejakej sily, pričom začnú opisovať elipsu alebo inú zložitejšiu krivku. Podľa tretieho predpokladu; príťažlivé sily pôsobia tým viac, čím bližšie sú k nim telesá, na ktoré pôsobia. Ešte som experimentálne nedokázal, aké sú stupne príťažlivosti. Ak sa táto myšlienka rozvinie, astronómovia dokážu definovať zákon, podľa ktorého sa pohybujú všetky planéty a vesmírne telesá.

Ani Hooke však ďalej svoje myšlienky nerozpracoval.

Vrátme sa však k problému, ktoré rozpracoval Newton. Okrem už spomenutého skúmal, či astronomické pozorovania potvrdzujú nepriamu úmernosť medzi štvorcem vzdialenosti a dostredivým zrýchlením. Po-

rovnával pritom dve telesá. Prvé z nich bol Mesiac a druhé teleso padajúce na Zem z veľkej výšky. Na základe úvah dospel Newton k názoru, že obeh Mesiaca okolo Zeme spôsobuje zemská príťažlivosť, ktorá dosahuje až k Mesiacu. Ak je Mesiac priťahovaný k Zemi, potom i Zem je rovnakou silou priťahovaná k Mesiacu.

Newton ďalej objasňuje pohyby komét. Tieto prichádzajú z veľmi veľkých vzdialeností a prechádzajú okolo Slnka v pomerne malej vzdialenosti. Newton dokazuje, že kométy sa pohybujú po kuželosečkách s ohniskom v strede Slnka.

Newton prechádza od nebeských telies k mikrosvetu a snaží sa dokázať, že aj najmenšie čiastočky hmoty sa vzájomne priťahujú úmerne ich hmotnosti. Tvrdí, že bez výnimky všetky telesá, od stálic až po najmenšie čiastočky navzájom na seba pôsobia silou gravitácie podľa zákona, ktorý sme už uviedli a ktorý môžeme v reči matematicky napísať takto :

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

kde " k " je konštanta úmernosti, alebo dnes nazývaná aj gravitačná konštanta a jej hodnota je $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, " m_1 " a " m_2 " sú hmotnosti dvoch na seba pôsobiacich telies a " r " je vzdialenosť ich gravitačných centier.

Objav zákona príťažlivosti sa skutočne považuje za jeden z najväčších úspechov vedy.

V druhej polovici 18. storočia sa Newtonovo učenie zjednotilo s prvkami karteziánskej fyziky a tým sa začalo obdobie formovania, vývoja vedy.

GRAVITAČNÉ POLE

Keď Newton sformoval zákon gravitácie, vznikla vo vede veľká otázka, čo je gravitácia, aká je jej podstata a ako sa realizuje vzájomné pôsobenie medzi telesami, ktoré sa priťahujú. Treba povedať, že hoci si fyzici časom " zvykli " na pôsobenie na diaľku a považovali ho dokonca za praktické, predsa sa úplne nezmierili s tým, že dve telesá sa cez celkom prázdny priestor môžu navzájom " ťahať " alebo " strkať ". Hľadanie sprostredkovateľa pri gravitačnom pôsobení sa začalo spolu s objavením prvých dôkazov o týchto silách. Hĺbku tohoto fyzikálneho problému chápal aj sám Newton. V liste, ktorý písal Ber-

noullimu, povedal : " Považujem za hlúposť pripustiť, že by telaso, ktoré je v určitej vzdialenosti od iného telesa, mohlo naň pôsobiť cez prázdny priestor bez akéhokolvek sprostredkovateľa. Príťažlivosť musí byť vyvolaná akýmsi činiteľom, ktorý pôsobí na diaľku nepretržite, podľa určitých zákonov " .

Otázka o podstate tohto činiteľa zostávala dlho otvorenou. Jestvovali síce pokusy o objasnenie tohoto sprostredkovateľa, avšak teórie a hypotézy neriešili vzniklé otázky, ba dokonca nezhodovali sa s experimentálnou interpretáciou pozorovaní. Až vyše dvästo rokov potom, ako Newton formuloval svoj gravitačný zákon, po preverení najzákladnejších predstáv o priestore a čase, prišiel človek, ktorého teória znamenala revolúciu vo fyzikálnom svete. Bol ním Albert Einstein a jeho teória je známa pod názvom : teória relativity.

Celá séria rôznych, nezávislých experimentov viedla k výsledku, ktorý prekvapoval fyzikov svojou paradoxnosťou. Podľa pozorovaní sa ukázalo, že pri rýchlosti akou sa pohybuje svetlo neplatia základné princípy Newtonovej mechaniky. Pokazovalo to len jej približnosť a vynucovalo si potrebu novej teórie, ktorú vytvoril práve Albert Einstein.

Albert Einstein si všima súvislosti medzi pohybom telies veľkých rýchlostí, ich fyzikálnymi vlastnosťami a gravitáciou. Pracuje s pojmom gravitačné pole. A práve ono považuje za sprostredkovateľa neznámeho Newtonovi a jeho zástupcom. Einstein vypracováva teóriu inerciálnych sústav, poukazuje na relativnosť plynutia času, zaoberá sa mechanickými rozmermi telies pri veľkých rýchlostiach a vytvára tak základ úplne nového ponímania fyzikálnych javov.

Pojem gravitačného pola, v ktorom akákoľvek hmota podlieha pôsobeniu gravitačnej sily sa stáva základným " pracovným prostriedkom ". Definuje v ňom jednotlivé fyzikálne veličiny popisujúce jeho vlastnosti. Einstein navrhuje experiment, ktorým sa dokazuje pohyb svetla v gravitačnom poli. Experiment potvrdil predpokladané vlastnosti svetla a tým aj princíp ekvivalentnosti, princíp, ktorý je jednou z najhlbších hypotéz v súčasnej teórii, je princípom, ktorý, ukazujú súvislosť medzi geometriou, aj gravitáciou a časom.

V Newtonovom gravitačnom zákone sa o čase, ktorý by bol potrebný na odovzdanie, či sprostredkovanie gravitácie medzi dvoma telesami, nehovorí nič. Nepriamo sa predpokladá, že sa toto uskutočňuje okamžite,

na akékoľvek veľké vzdialenosti medzi vzájomne pôsobiacimi telesami. Z Einsteinovej teórie vyplýva, že príťažlivosť sa odovzdáva, odjedného telesa ku druhému takou rýchlosťou, akú má svetlo. Ak sa nejaké teleso pohlo z miesta, potom sa zakrivenie priestoru a času, ktoré vyvoláva, nemení okamžite. Zo začiatku sa prejaví takéto zakrivenie, či "porušenie" polja iba v blízkosti telesa a po čase sa šíri od telesa ďalej, až sa nakoniec v celom priestore rozloží a ustáli nové rozdelenie, ktoré zodpovedá danej polohe telesa.

Predstavme si teraz názorný model, napríklad guľôčku, ktorá samozrejme okolo seba pôsobí newtonovskou gravitačnou silou. Teraz rýchlo odstránime guľôčku z jej pôvodného miesta. V prvom okamihu sa to na iných telesách okolo nej neprejaví. Vyplýva zo z poznatku, že informácia gravitácie sa v gravitačnom poli šíri konečnou rýchlosťou svetla. Nato, aby sa v priestore stačili zmeny rozšíriť je potrebný určitý čas. Predstavme si teraz, že guľôčku necháme rýchlo kmitať. Potom v priestore okolo nej a v jej gravitačnom poli vzniknú akési "gravitačné vlny". Tento záver vyplývajúci z Einsteinovej teórie zastávajú v súčasnosti mnohí vedci.

Zo všetkého, čo sme uviedli je jasné, že pojem gravitácia, gravitačné pole a gravitačné vlny sa stali pre prácu v súčasnej vede samozrejmosťou, vyplývajúcou z úsilia prehliabť ďalšie poznatky človeka.

Zástancovia gravitačných vln predpovedajú aj také prekvapujúce závery, ako je priama premena gravitačnej energie na hmotné častice. Existuje ešte mnoho rôznych návrhov, ako popísať gravitáciu a gravitačné pole. Jazykom kvantovej mechaniky sa popisuje gravitačné pole pomocou častíc - gravitónov. Vo fyzikálnej literatúre sa objavuje popis transmutácie gravitónov na iné častice.

Dodnes však nie je známe, či tieto javy skutočne existujú.

DŮSLEDKY PŮSOBENIA GRAVITAČNÝCH SÍL

Spolu s rozvojom vedy, sa v histórii ľudstva skúmalo pôsobenie všetkých známych síl na ľudský organizmus.

Skúmalo sa pôsobenie intenzívnych elektromagnetických síl, magnetických polí, ionizovaných plynov v atmosfére, všetko s úmyslom zistiť, ako tieto umelo vytvorené podmienky pôsobia na organizmus človeka. Tak isto sa skúmal stav fyziológie človeka po ich odstránení.

Avšak vplyv gravitácie na človeka bol až do dnešných čias neznámy. Príčina bola skrytá v nemožnosti vytvorenia "priestoru", kde by

gravitácia nepôsobila. Pomerne ľahké sa dá vytvoriť priestor bez elektromagnetického poľa, avšak ťažko priestor bez gravitačného poľa. Len rozvoj letectva umožňoval človeku na niekoľko desiatok sekúnd pobudnúť v stave beztliaže. Z tak krátkych experimentov sa pochopiteľne nedalo usúdiť, ako sa bude organizmus človeka správať pri dlhodobom stave beztliaže. Ale i tomuto výskumu sa nakoniec dala zelená. Kozmické lety, ktorých dĺžka je niekoľko mesiacov, umožnili lekárom a vedcom študovať vplyv beztliažového stavu na organizmus človeka.

Na tomto mieste treba zdôrazniť, akým obrovským medzníkom je vytvorenie prostredia beztliaže a pobyt človeka v ňom. Vo svojom celom vývoji po desiatistice rokov človek neopustil Zem a stav beztliaže mu bol neznámy. Veľa otázok vrtalo lekárom hlavou, veľa skeptických názorov a obáv sa vyslovilo pred tým, než človek prvýkrát opustil svoju rodnú planétu a vzniesol sa do vesmíru. Vyslaním J. A. Gagarina do vesmírneho priestoru sa otvorila aj nová časť ľudského poznania. Vznikla kozmická medicína a biológia.

Pri krátkodobých kozmických letoch sa zistilo, že beztliažný stav vyvoláva zmeny v činnosti mnohých orgánov u človeka. Po pristáti pozorovali u mnohých kozmonautov napríklad bezfarebnosť pokožky na tvári, neistú chôdzu a závraty. Aj ľahký predmet sa zdal kozmonautovi neraz ťažší, ako skutočne bol. Za letu sa mení látková výmena, stráca sa najmä sodík a vápnik. Zmenami v krvnom obehú vznikajú straty vody v organizme. Rastie prítok krvi v srdcu žilami a znižuje sa odtok tepnami. V krajine okolo srdca sa hromadí viac krvi ako obyčajne. Organizmus musí tieto zmeny vyrovnávať. Znižuje sa svalová činnosť.

Dlhodobé lety však ukazujú, že všetky potiaže a zmeny sú prechodného charakteru a človek sa môže aj na dlhší čas prispôbiť novým podmienkam životného prostredia. Aj veľké preťaženia, ktoré pôsobia veľmi nepríjemne sa dajú prekonať. Celý rad kozmonautov dokázal, že človek sa môže smelo postaviť aj voči takej mocnej sile, ako je gravitácia Zeme. Gravitačné sily však spôsobujú aj iné úkazy. Spomeňme aspoň vznik prílivu a odlivu.

Na časti povrchu Zeme otoženej k Slnku je pritažlivá sila o niečo väčšia, na opačnej strane Zeme zasa trochu menšia. Hoci rozdiel týchto síl je veľmi malý predsa je dosť mohutný na to, aby spôsobil, to že voda v oceáne sa trochu "vzdúva" v smere k Slnku. Sily "formujú" povrch Zeme a dávajú jej tvar elipsoidu. Čím sú menšie vzdialenosti medzi pôsobiacimi telesami, tým sú tieto sily väčšie. Preto na tvar sve-

tového oceánu má oveľ väčší vplyv Mesiac ako Slnko. Práve Mesiac je hlavnou príčinou deformácie svetového oceánu.

Povrch svetového oceánu sa podobá elipsoidu, ktorého veľká polos je otočená k Mesiacu. Zem sa otáča okolo svojej osi, preto sa po povrchu oceánu, proti otáčaniu Zeme, pohybuje prílivová vlna. Keď sa priblihuje k brehom vzniká príliv. V niektorých miestach sa hladina oceánu dvíha až o 18 m. Potom prílivová vlna odchádza, nastáva odliv. Úroveň vody v oceáne kolíše v priemere s periódou 12 hod. 25 min.

Tento jednoduchý výklad sa komplikuje súčasným pôsobením Slnka, trením vody, odporom svetadielov atď. To však nič nemení na skutočnosti, ako mocne sa prejavuje všade prítomná sila gravitácie.

KEPLEROVE ZÁKONY

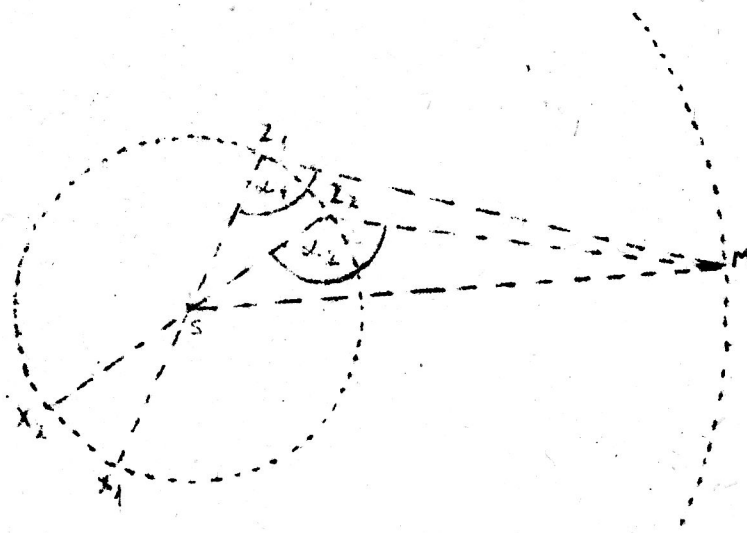
Východiskovým bodom obrazu sveta, ktorý sa sformoval v 17. storočí, bolo Keplerovo učenie, ktoré pochádzalo z polovice 17. storočia. Kopernikov model vesmíru bol počas troch storočí nielen v centre astronómického bádania, ale okolo neho sa krútil aj spoločenský a filozofický zápas.

V Koperníkovej knihe sa heliocentrický pohľad na svet ešte nerozišiel s predstavou epicyklov a excentrov, ktoré vychádzali z tradičnej myšlienky dokonalosti nebeských pohybov. Po smrti veľkého pozorovateľa Tycho de Brahe roku 1601 nastupuje na jeho miesto Johannes Kepler / 1571 - 1630 /. Práve on navrhol tradičné kritérium " dokonalosti ", z ktorého sa vyvodzovali kruhové dráhy nebeských telies. Zároveň sa, v porovnaní s Koperníkom, opieral o nové, oveľa presnejšie astronomické pozorovania, ktoré zhromaždil práve jeho predchodca Tycho de Brahe. Výsledkom spracovania obrovského množstva týchto pozorovaní bolo, že Kepler zistil eliptické dráhy planét.

Pozrime sa na princíp tohto dôležitého poznania.

Kepler skúmal dlhú dobu dráhu planéty Mars. Pri tom mu veľmi prospela skutočnosť značnej výstrednosti jeho dráhy, takže mu nemohla ujsť ani pri značnej neprésnosti vtedajších pozorovacích prístrojov. Kepler totiž, tak ako Tycho de Brahe nepoužíval pri pozorovaní ďalekohľad. Obežná doba Marsu bola už v stredoveku dobre známa a Koperník ju určil približne na 687 dní. Po 687 dňoch sa Mars vracia do toho istého miesta svojej dráhy, prešiel 360 ° svojho obehu. Pozri obr. 2.

Obr.2



Zem však za ten istý čas prejde $360^\circ + 318^\circ$, pretože jej obežná doba je kratšia / 365 dní /. Nenachádza sa teda vo východnom bode Z_1 ale v bode Z_2 . Ak je Zem v bode Z_1 , vidíme Slnko v smere Z_1X_1 a Mars v uhlovej vzdialenosti $\alpha_1 = \sphericalangle SZ_1M$. Po uplynutí obežnej doby 687 dní = 365 dní + 322 dní obehla Zem obľák a dorazila do bodu Z_2 . Z tohoto bodu vidíme Slnko v smere Z_2X_2 a Mars v uhlovej vzdialenosti $\alpha_2 = \sphericalangle SZ_2M$. Ak považujeme vzdialenosť Zem - Slnko $SZ_1 = SZ_2$ za známú a jej dráhu za kružnicu potom trojuholník ΔZ_1SZ_2 je rovnoramenný a môžeme vypočítať tetivu Z_1Z_2 aj obidva uhly pri základni. Zmeraním uhlov α_1, α_2 môžeme zase zmerať v trojuholníku Z_1Z_2M obidva uhly $\sphericalangle Z_2Z_1M$ a $\sphericalangle Z_1Z_2M$, takže v ňom poznáme stranu Z_1Z_2 a obidva príslahlé uhly a môžeme potom vypočítať Z_1M a Z_2M . V trojuholníku ΔZ_2SM poznáme dve strany a uhol nimi zovretý α_2 a vieme teda vypočítať stranu SM t.j. vzdialenosť Mars - Slnko.

To bol približne aj postup Keplerov, ktorým určil veľký počet pŕíoch planéty Mars a usúdil, že jeho dráha je eliptická. Tento záver formuloval vo významnom spise " Nová astronómia ", ktorý vyšiel v roku 1609.

V súčasnosti môžeme ľahko pomocou matematického aparátu overiť platnosť tohto tvrdenia a rozšíriť poznatky Keplera do tej miery, že jeho prvý zákon o pohybe planét okolo Slnka po eliptických dráhach môžeme vysloviť v tomto všeobecnom tvare :

" Telesá slnečnej sústavy sa pohybujú po kuželosečkách, v ktorých spoločnom ohnisku je Slnko ".

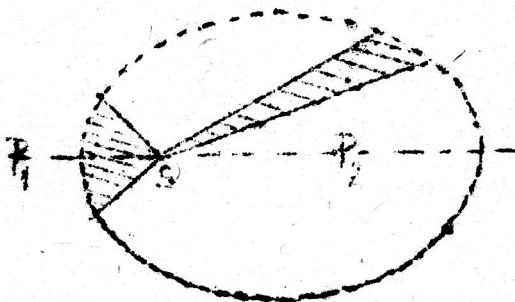
Druhý Keplerov zákon vyplýval tiež z fyzikálnych ideí. Kepler vychádzal v celej svojej kinematike z určitých fyzikálnych hypotéz, rovnako ako o 50 až 80 rokov neskôršie Newton. Kepler hľadal analógiu medzi poznatkami o magnetickom poli a silami príťažlivosti. Neposti-

buja však hĺbku problému a po mnohých márných pokusoch, rýdzo empirickou cestou prišiel k poznaniu, podľa ktorého vyhlýva, že sprievodiče planét opíšu pri pohybe plochy, ktoré sú úmerné času, teda :
 " Sprievodiče planéty opíšu v rovnakom čase rovnako veľké plochy "
 Prípadne : " Plošná rýchlosť planéty je konštantná. "
 To je vyjadrenie druhého Keplerovho zákona. Pozri obrázok č. 3.

Obr. 3

$$F_1 = F_2$$

$$t = \text{konšt.}$$



Tretí Keplerov zákon sa objavuje v knihe Harmónia sveta v roku 1619, ktorú autor považoval za pokračovanie Kozmografického tajomstva. Tu opäť analyzuje otázku vzdialenosti planét od Slnka, problém geometrie planetárnych dráh. Kepler tu však na rozdiel od Kozmografického tajomstva prekračuje hranice geometrie a spája vzdialenosť planét od Slnka aj s ich obežnou dobou. Je to veľmi dôležitý krok vo vývine novovekej vedy.

Kepler teda skusmo hľadal závislosť týchto dvoch veličín porovnaním rôznych mocnín vzdialenosti a obežných dób.

Ako príklad možno uviesť nasledujúcu tabuľku :

	Vzdialenosť od Slnka			Obežná doba v rokoch		
	1	2	3	1	2	3
ZEM	1	1	1	1	1	1
MARS	1,52	2,322	3,537	1,881	3,537	6,654
JUPITER	5,20	27,07	140,8	11,862	140,8	1669

Z uvedenej tabuľky je zrejmé, že druhé mocniny obežných dób a tretie mocniny stredných vzdialenosti od Slnka sa zhodujú. Na základe tohto zistenia uvádza Kepler aj svoj tretí zákon :

" Pomer druhých mocnín obežných dób dvoch planét sa rovná pomeru tretích mocnín hlavných poloosí ich dráh . "

Alebo v matematickom jazyku :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Uvedené Keplerove zákony sa stali základom revízie nebeskej mechaniky 16. storočia. Boli výsledkom Keplerovej práce, ktorej obsah a intenzitu si možno ťažko predstaviť. Stali sa základom budovania nebeskej mechaniky a aj v súčasnej literatúre s touto tematikou sa uvádzajú na prvom mieste.

POUŽITIE KEPLEROVÝCH ZÁKONOV A GRAVITAČNÉHO ZÁKONA V PRÍKLADOCH

1. Vypočítajte akú rýchlosť musí mať orbitálna stanica, ktorá obieha vo výške 200 km nad povrchom Zeme, aby zotrvala na kruhovej obežnej dráhe.

$$R_Z = 6\,370 \text{ km}$$

$$M_Z = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Riešenie :

Rýchlosť orbitálnej stanice musí byť taká, aby sa odstredivá sila vznikajúca pri kruhovom pohybe kompenzovala s gravitačnou silou. Teda :

$$\frac{m \cdot v^2}{R_Z + h} = k_c \frac{M_Z m}{(R_Z + h)^2} \quad / 1 /$$

kde

m - hmotnosť stanice

M_Z - hmotnosť Zeme

R_Z - polomer Zeme

h - výška dráhy nad povrchom Zeme

k_c - gravitačná konštanta / $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ /

v - rýchlosť stanice

úpravou / 1 / dostaneme

$$v = \frac{k_c M_Z}{R_Z + h}$$

dosadením

$$v = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,974 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6} = \frac{39,84658 \cdot 10^{13}}{6,57 \cdot 10^6} = \sqrt{6,064 \cdot 10^7} =$$

$$\bar{r} = 7,788 \cdot 10^3 = 7\,788$$

$$v = 7\,788 \text{ m/s}$$

Rýchlosť orbitálnej stanice má byť 7,788 km/s.

2. Akou silou sa vzájomne priťahujú Zem a Mesiac.

$$M_z = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$r = 384\,000 \text{ km}$$

Podľa gravitačného zákona platí :

$$F = k \cdot \frac{M_z \cdot M_m}{r^2}$$

kde M_z - hmotnosť Zeme

M_m - hmotnosť Mesiaca

r - vzdialenosť Mesiac - Zem

po dosadení :

$$F = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,974 \cdot 10^{24}}{3,84 \cdot 10^8 / 2} = \frac{4,902405 \cdot 10^{12}}{3,84 \cdot 10^8 / 2} =$$

$$= \frac{2,92872363 \cdot 10^{37}}{1,47456 \cdot 10^{17}} = 1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

Vzájomná príťažlivá sila Zeme a Mesiaca je $1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$.

3. Určte veľkú poloos dráhy planétky, ktorá obieha okolo Slnka s obežnou dobou 3 roky.

$$a_2 = ?$$

$$T_2 = 3 \text{ roky}$$

Pri riešení úlohy využijeme tretí Keplerov zákon v tvare :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad / 1 /$$

Pre zjednodušenie výpočtu zvolíme ako základ elementy Zeme :

$$T_1 - \text{obežná doba Zeme okolo Slnka} \quad T_1 = 1 \text{ rok}$$

$$a_1 - \text{veľká poloos dráhy Zeme} \quad a_1 = 1 \text{ a.j.}$$

Úpravou dostaneme :

$$a_2^3 = \frac{a_1^3 \cdot T_2^2}{T_1^2}$$

$$a_2^3 = \frac{1^3 \cdot 3^2}{1^2} = 3^2$$

$$a_2^3 = 9$$

$$a_2 = \sqrt[3]{9} = 2,08 \text{ a.j.}$$

Veľká polos dráhy planétky je 2,08 a.j.

Poznámka : 1 a.j. = 149,5 milión km

4. Vypočítajte unikovú rýchlosť rakety štartujúcej z našej Zeme.

$$M_m = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_z = 6370 \text{ km}$$

$$k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Vychádzame zo vzorca pre gravitačnú silu :

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad / 1 /$$

Z toho môžeme vypočítať potenciálnu energiu telesa v gravitačnom poli :

$$W_p = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$$

pre náš prípad :

$$W_p = k \cdot \frac{M_z \cdot m}{R_z} \quad / 2 /$$

kde M_z - hmota Zeme

m - hmota rakety

R_z - polomer Zeme

k - gravitačná konštanta

Zo zákona o zachovaní energie plynie, že gravitačnú energiu musíme prekonať kinetickou energiou rakety, ktorú vypočítame podľa vzorca :

$$W_k = 1/2 m \cdot v^2 \quad / 3 /$$

kde

m - hmotnosť rakety

v - rýchlosť rakety

Porovnaním / 2 / a / 3 / dostávame :

$$\frac{1}{2} m v^2 = k \cdot \frac{M_z \cdot m}{R_z}$$

a z toho :

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot M}{R_z}}$$

dosadíme :

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,974 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{7,969316 \cdot 10^{14}}{6,37 \cdot 10^6}}$$

$$= \sqrt{1,251 \cdot 10^8} = 1,119 \cdot 10^4 = 11\,190$$

$$v = 11\,190 \text{ m/s} = 11,2 \text{ km/s}$$

Úniková rychlost rakety z povrchu Země je 11,2 km/s.

ZÁVER

Gravitačný zákon vyjadruje vzájomné pôsobenie dvoch telies. S týmto prípadom sa však v kozmickom priestore stretávame veľmi málo, a to len v priblížení.

Pretože spolu vždy vystupuje silové pôsobenie viacerých planét či telies, je treba riešiť tzv. "problém troch telies", prípadne viacerých telies. Ďalšie teleso však značne komplikuje výpočty a je treba podotknúť, že sa tieto obtiaže až doposiaľ nepodarilo prekonať. Teda, nepoznáme sústavu vzorcov či rovníc, ktorá by pre ľubovoľný okamžik umožňovala určiť pohybový stav t.j. polohy a rýchlosti telies.

V špeciálnych prípadoch, keď napr. všetky tri telesá sa po určitom čase vrátia do východzieho postavenia môžeme sústavu rovníc riešiť a hovoriť o periodickom riešení.

Ak predpokladáme, že hmota jedného telesa je úplne zanedbateľná voči hmotám ostatných telies hovoriť o riešení restringovaného problému troch telies.

V praxi sa tento problém rieši skúmaním tzv. polúch, ktoré tretie teleso spôsobuje. Tieto výpočty však nespádajú obsahovo do tohto metodického materiálu.

Vydala : Krajská hviezdáreň Prešov v spolupráci s Okresným astro-
nomickým kabinetom v Levoči

Zodpovedný : Štefánia Lenzová - riaditeľka KH Prešov

Vydanie : II, nezmenené

Autor : Peter Šulek

Odborný posudok : RNDr. J. Zverko, CSc.

Náklad : 500 kusov

Nepredajné !

Vyšlo v roku 1984